



Oktober 2012

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA VI

”Peran Matematika dalam Implementasi
Nilai-Nilai Karakter Bangsa”



9 78-602-17495-0-0
ISBN: 978-602-17495-0-0

JURUSAN MATEMATIKA
FMIPA UNNES

SUSUNAN EDITORIAL

Tim Reviu

Ketua : Dr. Masrukan, M.Si.
Anggota : Drs. Arief Agoestanto, M.Si.
Prof. Dr. Hardi Suyitno, M.Pd.
Dr. Iwan Junaedi, M.Pd.
Dr. Kartono, M.Si.
Dr. Rochmad, M.Si.
Prof. Dr. St. Budi Waluyo, M.Si.
Prof. Dr. YL. Sukestiyarno, M.S.
Dr. Zaenuri Masrtur, SE. Akt, M.Si.

Tim Editor

Ketua : Drs. Amin Suyitno, M.Pd.
Anggota : Adi Nur Cahyono, S.Pd.,M.Pd.
Ardhi Prabowo, S.Pd.,M.Pd.
Hery Sutarto, , S.Pd.,M.Pd.
Muhammad Kharis, S.Si.,M.Sc.
Riza Arifudin , S.Pd.,M.Cs.

KATA PENGANTAR

Puji syukur kita panjatkan pada Allah SWT, karena atas karunianya prosiding Seminar Nasional Matematika VI telah selesai disusun. Seminar Nasional Matematika VI merupakan kegiatan rutin yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika Universitas Negeri Semarang. Kegiatan ini merupakan media bagi matematikawan, pendidik, peneliti, dan pemerhati matematika untuk mengkomunikasikan kegiatan ilmiah mereka, serta untuk meningkatkan kerjasama diantara para peserta.

Seminar yang mengambil tema **"Peran Matematika dalam Implementasi Nilai-Nilai Karakter Bangsa"** ini merupakan wahana upaya mengkomunikasikan hasil-hasil penelitian maupun berbagai gagasan di bidang Matematika dan Pendidikan Matematika agar bermanfaat bagi kepentingan umat manusia, terutama dalam meningkatkan kualitas karakter bangsa Indonesia.

Panitia menyampaikan terimakasih kepada semua pihak yang mendukung terselenggarakannya seminar ini dengan baik, termasuk pemakalah maupun peserta. Panitia menyampaikan penghargaan kepada kedua pemakalah utama, yakni Mr. Yoshitaka Tanaka (JICA Expert) dari Jepang dan Prof.Dr. Hardi Suyitno, M.Pd. (Guru Besar Filsafat Matematika) dari Universitas Negeri Semarang.

Kumpulan artikel yang telah diseminarkan, telah disusun dalam prosiding ini, semoga prosiding ini bermanfaat bagi kita semua, khususnya pemakalah dan peserta Seminar. Apabila ada kesalahan dalam penyusunan prosiding ini, akan dilakukan pembetulan kemudian.

Semarang, 12 Desember 2012
Ketua Panitia

Dr. Masrukan, M.Si.

DAFTAR ISI

Peningkatan Kemampuan Menulis Matematika melalui Model Pembelajaran <i>Think Talk Write</i> (TTW) pada Materi Turunan, Abdul Aziz Hidayat, Hery Sutarto, dan Kartono	1 – 8
Pengembangan <i>Aessment Matematika Online</i> Berbasis <i>Proprofs</i> Di SMA Walisongo Semarang, Achmad Buchori, Ali Shodiqin	9 - 15
Keefektifan Model Pembelajaran <i>Contextual Teaching and Learning</i> Berbantuan <i>MediaMathematics Postcard</i> Terhadap Hasil Belajar Matematika Peserta Didik Kelas VII, Adib Mahfudli, Kristina Wijayanti, Hery Sutarto.....	16 - 22
Pembelajaran dengan <i>Media Software Mathematica</i> melalui Pendekatan <i>Open-Ended</i> dalam Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Pemahaman Kalkulus, Ali Shodiqin, Noviana Dini Rahmawati	23 - 30
Keefektifan Penerapan Model <i>Probing-Prompting</i> pada Materi <i>Garis Singgung Persekutuan Dua Lingkaran</i> untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa, Amelia Yohanta, Masrukan, Ary Woro Kurniasih	31 - 38
Kepedulian Dosen dalam Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa melalui Strategi Pembelajaran <i>Konflik Kognitif</i>, Andri Suryana	39 - 47
Keefektifan Pembelajaran <i>Write-Pair-Share</i> Berbantuan <i>Kartu Kwartet</i> dalam Materi Pokok <i>PLSV</i> pada Peserta Didik Kelas VII, Anggia Shinta Devi.....	48 - 56
Studi Perbedaan Keefektifan Model Kooperatif Tipe <i>Learning Cycle 5E</i> dan Tipe <i>SAVI</i> terhadap Kemampuan Komunikasi Matematis, Anindya Dwi Wardhani, Iwan Junaedi, Hardi Suyitno	57 - 63
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Model <i>Cognitive Growth</i> dengan Mengintegrasikan Nilai Karakter Bangsa untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Siswa, Aprilia Nurul Chasanah	64 - 70
Keefektifan Pembelajaran <i>Inkuiri</i> dengan <i>Alat Peraga</i> dan <i>LKPD</i> Berbasis <i>GQM</i> terhadap Pemahaman, Atiek Noor Pradani	71 - 78
Pembelajaran Matematika Model <i>Creative Problem Solving</i> untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah dan Disposisi Matematis, Burhanudin, Masrukan.....	79 - 86
Keefektifan Pembelajaran <i>Teams Game Tournament</i> (TGT) Pendekatan <i>Problem Posing</i> Terhadap Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis, Detalia Noriza Munahefi, Isti Hidayah, Riza Arifudin	87 - 94
Keefektifan Pembelajaran Kooperatif <i>Listening Team</i> Berbantuan <i>CD</i> Pembelajaran terhadap Hasil Belajar Siswa, Diah Sylvia Widiastuti	95 - 102
Keefektifan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>SQ3R</i> Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa SMP Kelas VII, Dian Teguh Firmansyah, Zaenuri, Mulyono	103 - 111

Efektivitas Model <i>Reciprocal Teaching</i> pada Pencapaian Kemampuan Berpikir Kreatif dan Disposisi Matematis , Diana Awwaliyati, Bambang Eko Susilo, Kartono	112 - 119
Keefektifan Model Pembelajaran <i>Creative Problem Solving</i> Berbantuan <i>Mathematics Display</i> terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah , Elmy Melani, Hery Sutarto, Mashuri	120 - 126
Pembelajaran Bertema dengan Model <i>Project Based Learning</i> pada Materi Lingkaran , Erni Widiyastuti, Arief Agoestanto, Rochmad	127 - 132
Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematik Siswa SMA Melalui Pembelajaran Menggunakan Tugas Bentuk Superitem , Eyus Sudihartinih.....	169 - 178
Keefektifan Model NHT Dengan Strategi Metakognitif Pada Kemampuan Pemecahan Masalah Materi Pokok Dimensi Tiga Kelas X , Fahrina Roudhotus Saidah ...	133 - 141
Implementasi Model Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>Numbered Heads Together</i> disertai Aktivitas Penemuan Terbimbing terhadap Peserta Didik , Febriana Kartika Sari.....	142 - 148
Keefektifan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD Berbasis Pendidikan Karakter Berbantuan Media Pembelajaran terhadap Hasil Belajar Peserta Didik SMP Kelas VII pada Materi Segiempat , Fitra Eka Nurfarid, Amin Suyitno, Wardono	149 - 154
Analisis Pengembangan Bahan Ajar Matematika Kelas XI Materi Statistika Terintegrasi dengan Pendidikan Karakter dan Kewirausahaan , Hagni Hangga Kresna, Sukestiyarno, Supriyono	155 - 161
Pembelajaran SAVI (<i>Somatic, Auditory, Visual, Intellectual</i>) Berbantuan Cabri 3D sebagai Upaya Peningkatan Kemampuan Komunikasi Matematis pada Materi Kubus dan Balok , Heni Purwati, Rina Dwi Setyawati	162 - 170
Upaya Peningkatan Aktivitas dan Prestasi Belajar Matematika melalui Model Pembelajaran Problem Posing pada Siswa SMP Negeri 1 Kajoran Tahun Pelajaran 2011/2012 , Heru Kurniawan.....	171 - 179
Keefektifan Group Investigation Berbatuan CD Interaktif Terhadap <i>Mathematics Anxiety</i> dan Hasil Belajar , Ika Ariani Setianingrum, Bambang Eko Susilo, Emi Pujiastuti.	180 - 186
Pembelajaran Matematika Berbasis <i>E-Learning</i> dalam Kerangka Laboratorium Teenzania Materi Trigonometri Kelas X , Iman Subekti dan Sukestiyarno	187 - 194
<i>Elementary School Mathematics Learning Model by Optimizing Environment Usage and Manipulative Instructional Aids as Learning Sources</i> , Isti Hidayah, Isnarto, dan Sugiarto.....	195 - 202
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Metode <i>Guided Discovery</i> Bermuatan Karakter Berbantuan CD Pembelajaran Materi Bangun Datar Kelas V , Isticharoh ..	203 - 208
Implementasi Pendekatan PMRI dengan Model Pembelajaran TPS Terhadap Hasil Belajar Siswa , Istiqomah Eka Putranti	209 - 215
Keefektifan Model TGT Berbantuan CD Pembelajaran untuk Meningkatkan Kepercayaan Diri Peserta Didik , Izzati, Ihda Nurul, Sugiarto, Suhito.....	216 - 222

Pengembangan Model Pembelajaran Matematika Sekolah Menengah Berbasis <i>E-Learning</i> Sebagai Inovasi Pembelajaran Matematika di Kota Palembang , Jaidan Jauhari.....	223 - 232
Penerapan Model Wallas untuk Mengidentifikasi Proses Berpikir Kreatif Kelas XI IPA Materi Pokok Komposisi Fungsi , Jayanti Putri Purwaningrum, Ary Woro Kurniasih, Arief Agoestanto.....	233 - 240
Pentingnya Penggunaan <i>Software Matrix Laboratory</i> (Matlab) dalam Pembelajaran Matematika , Karman Lanani.....	241 - 248
Penguatan Organisasi Konsep untuk Meningkatkan Hasil Belajar Mahasiswa pada Mata Kuliah Pengantar Struktur Aljabar 1 , Kristina Wijayanti	249 - 254
<i>Management Mathematical Learning Of International School in SDN - BII Gemolong Year 2011/2012</i> , Kristini	255 - 261
Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika dengan Pembelajaran PMRI Peserta Didik Smp N 1 Tunjungan Tahun 2012 , Lusiana Saputri, Wardono, Kristina Wijayanti ...	262 - 268
Keefektifan Metode TAI Berbasis Tutor Sebaya Terhadap Aktivitas dan Hasil Belajar Siswa , Lutviarini Latifah, Zaenuri Mastur, Ardhi Prabowo	269 - 276
Pengaruh Motivasi dan Kreativitas Belajar pada Pembelajaran Model PBL Berbantuan CD Interaktif Disertai Penilaian Produk terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Siswa SMP Negeri 4 Petarukan , M. Fikri Umam.....	277 - 283
Eksperimentasi Metode Diskusi Termodifikasi pada Mata Kuliah Strategi Pembelajaran Matematika Ditinjau dari Gaya Kognitif Mahasiswa , Intan Indiaty, Maya Rini Rubowo, Muhtarom	284 - 292
Keefektifan Pembelajaran Berbasis Masalah Berbantuan Handout Terhadap Kemampuan Komunikasi Matematis , Mia Wardani, Mulyono, Riza Arifudin.....	293 - 300
Penerapan Model <i>Think Pair Share</i> Berbasis Keterampilan Proses terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah , Mifta Muslikah, Hery Sutarto, Amin Suyitno	301 - 307
Efektivitas Model Pembelajaran Kooperatif Tipe TS-TS terhadap Hasil Belajar Peserta Didik Kelas VII SMP N 1 Comal dalam Materi Pokok Bangun Datar Segi Empat , Moh. Denny Eka Putra	308- 313
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika dengan Metode PBL (<i>Problem Based Learning</i>) Berbantuan Matlab pada Materi Penyelesaian Persamaan Tak Linear , Mohamad Aminudin.....	314 - 324
Aspek-Aspek Kemampuan Berpikir Kreatif dalam Soal-Soal Matematika OSN Jenjang SMP Seleksi Tingkat Provinsi , Muh. Fajar Safa'atullah	325 - 330
Keefektifan Model Pembelajaran Kooperatif TGT terhadap Pemecahan Masalah Peserta Didik Kelas VIII pada Materi SPLDV dalam Pembelajaran Macromedia Flash , Muh. Khotibul Umam, St Budi Waluya, Ardhi Prabowo.....	331 - 336
Keefektifan Model Pembelajaran Think Pair Share untuk Mengatasi Kesalahan Siswa Berdasarkan Teori Van Hiele pada Materi Dimensi Tiga , Naful Nur Aini	337 - 342

Model Arias dengan <i>Performance Assessment</i> Berbantuan Alat Peraga Materi Dimensi Tiga Kelas X untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah, Neneng Aminah, Masrukan, Scolastika Mariyani	343 - 350
Model Pembelajaran <i>Creative Problem Solving</i> Berbantuan Web Sebagai Upaya Peningkatan Kemampuan Pemecahan Masalah, Komunikasi Dan Koneksi Matematika, Nuriana Rachmani Dewi N	351 - 362
Keefektifan Model Pembelajaran <i>Realistic Mathematics Education</i> Berbasis Karakter dengan Pendekatan <i>Open-Ended</i> Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah, Ratih Indriati, Hery Sutarto, Scolastika Mariani.	363 - 369
Implementasi Model Pembelajaran <i>Team Assisted Individualization</i> Berbantuan Komputer terhadap Kemampuan Pemahaman Siswa, Muhammad Ridlo Yuwono, Wardono, Alamsyah	370 - 378
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Model <i>Problem Based Learning</i> Berorientasi <i>Entrepreneurship</i> dan Berbantuan CD Interaktif, Rina Dwi Setyawati	379 - 386
Pembelajaran SAVI (<i>Somatic, Auditory, Visual, Intellectual</i>) Berbantuan Cabri 3D Sebagai Upaya Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis pada Materi Kubus dan Balok Kelas VIII SMP PGRI 01 Semarang Tahun Pelajaran 2011/2012, Rina Dwi Setyawati.....	387 - 395
Keefektifan <i>Cycle Models in Mathematics Learning</i> untuk Meningkatkan Kemampuan Koneksi Matematika Siswa Kelas VII pada Materi Pokok Bangun Ruang di SMP Negeri 4, Rina Isdiyanti, Kartono, Suhito	396 - 402
Eksperimentasi Perpaduan Model Pembelajaran <i>Talking Stick</i> dan <i>Time Token</i> Berbantuan LKS, Rizki Puspita Dewi.	403 - 408
Peranan Kepedulian Guru untuk Meningkatkan Kemandirian Belajar Matematika Siswa, Rohana.....	409 - 417
Analisis Kesalahan Hasil Belajar Siswa dalam Menyelesaikan Soal dengan Prosedur Newman, Seto Satoto, Hery Sutarto, Emi Pujiastuti.....	418 - 423
Keefektifan Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD dan TGT Berbantuan CD Pembelajaran terhadap Motivasi dan Hasil Belajar pada Materi Pokok Trigonometri Peserta Didik Kelas X SMA Negeri 1 Boja, Siti Muawanah, Sugiarto, Alamsyah.....	424 - 431
Pengembangan Model <i>Assesmen for Learning</i> pada Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar, Sumardi	432 - 445
Pengelolaan Pembelajaran Matematika SD Pasca Bencana Erupsi Merapi, Utama, Sabar Narimo, Haryoto	446 - 455
Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif <i>Team Games Tournament</i> Berbantuan Media Facebook, Tri Diana Wijayanti, Bambang Eko Susilo, Dwijanto.....	456 - 462
Keefektifan Model Pembelajaran <i>Group Investigation</i> dengan <i>Open-Ended Problem</i> dalam Meningkatkan <i>Adaptive Reasoning</i> dan <i>Productive Disposition</i>, Tri Indrayuni, Isti Hidayah, Suhito	463 - 471

Implementasi Pembelajaran JTG dengan <i>Performance Assessment</i> pada Kemampuan Pemecahan Masalah dan <i>Self Efficacy</i>, Tri Khidayanti, Bambang Eko Susilo, Endang Retno Winarti.....	472 - 478
Keefektifan Model Pembelajaran SAVI dengan Pendekatan Konstruktivisme Berbantuan CD Pembelajaran pada Kemampuan Pemecahan Masalah, Umi Qulsum..	479 - 484
Pengaruh <i>Mathematics Self-Efficacy</i> Menggunakan Model TAI dengan <i>E-Learning</i> Terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah, Umi Syarifah Hidayati, Kristina Wijayanti, Endang Retno Winarti.....	485 - 490
Pengelolaan Komunikasi dalam Pembelajaran Matematika di SDN Dari 2 Plupuh Sragen Tahun 2011 / 2012, Wahyu Rahmawati, Sutama, Sabar Narimo	491 - 498
Efektivitas Pembelajaran Paperless Berbasis Konstruktivis Pada Mata Kuliah Kalkulus Kelas PGPI Ikip PGRI Semarang, Widya Kusumaningsih, Supandi, Lilik Ariyanto	499 - 507
Penerapan PMRI terhadap Kemampuan Pemecahan Masalah Matematika berbantuan Alat Peraga Materi Pecahan, Windha Kartika Kusumaningtyas.....	508 - 513
Penyelesaian Soal Cerita dengan Strategi Pemodelan Menggunakan Diagram, Wiwik Ariyani	514 - 517
Keefektifan Pembelajaran Berbasis Good Question Berbatuan LKS Terhadap Aktivitas dan Hasil Belajar, Yogi Estining Praja.....	518 - 524
Keefektifan Model Pembelajaran Matematika Realistik Indonesia Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika, Yuniyan Dyah Pitaloka, Bambang Eko Susilo, Mulyono.....	525 - 531
Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif Mahasiswa dengan Memanfaatkan <i>Hypermedia</i> melalui Pendekatan <i>Project Based Learning</i>, Zaenal Abidin, Riza Arifudin.	532 - 539
Menumbuh kembangkan Jiwa Kewirausahaan Mahasiswa dalam Perkuliahan Matematika Ekonomi melalui Penyusunan <i>Business Plan</i> Sebagai Implementasi <i>Project-Based Learning</i>, Zaenuri Mastur	540 - 550
Keefektifan Model CRH Berbantuan CD dan LKPD Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Segi Empat, Nur Rochmah, Iwan Junaedi, Riza Arifudin	551 - 556
Keefektifan Pembelajaran Inkuiri Berbantuan Media Powerpoint sebagai Penunjang Aktivitas Eksplorasi Siswa SMA Kelas X terhadap Materi Dimensi Tiga, Prastomo Budiargo, Muhammad Kharis, Kusni	557 - 562
Soal Cerita Materi Segitiga melalui PBL Berbasis Pemodelan Matematika dan STAD berbasis Pemodelan Matematika di SMP Negeri 1 Purworejo, Tina Adityana, Moch Chotim, Ary Woro Kurniasih	563 - 569
Meningkatkan Penalaran Peserta Didik Melalui <i>Discovery Learning</i> dengan Metode Inkuiri Memanfaatkan Lembar Aktivitas di Sekolah Dasar, Endang Retno Winarti	570 - 577
Aplikasi TPS Berbasis <i>Problem Posing</i> untuk Meningkatkan Daya Serap Mahasiswa melalui <i>Lesson-Study</i>, Emi Pujiastuti	578 - 584

Kesalahan Siswa Dalam Mengerjakan Soal Yang Berdampak Gagalnya Matematika Sebagai Alat Berpikir, Amin Suyitno.....	585- 597
Pengembangan Pembelajaran Matematika Berbasis <i>Lifeskill</i> Dengan Bantuan Blog Sebagai Sumber Belajar Karya Mahasiswa, Ardhi Prabowo.....	598- 609
Olah Pikir, Olah Hati, Olah Rasa dan Karsa dalam Pembelajaran Matematika, Bambang Eko Susilo.....	610- 617
Implementasi CAI Berbasis TPS Bercirikan NKB untuk Meningkatkan Kemampuan Memecahkan Masalah bagi Siswa RSBI dalam Pelajaran Matematika, Endang Sugiharti	618- 624
Model Pendampingan Terprogram untuk Peningkatan Kemampuan Guru Matematika dan Non Matematika dalam Melakukan Penelitian Tindakan Kelas, Iwan Junaedi	625 - 631
Eksplorasi Disposisi Matematis Peserta Didik Melalui Pemberian Tugas Pembelajaran (<i>Learning Task</i>), Kartono.....	632 - 641
Meningkatkan Kualitas Pembelajaran Mata Kuliah Pengantar Struktur Aljabar 1 Melalui Implementasi Observasi Bukti Menurut Fraleigh dan <i>Good Questions</i> dengan Model TPS, Mashuri.....	642 - 649
Asesmen Kinerja Meningkatkan Disposisi Matematis Mahasiswa, Masrukan.....	650 - 658
Identifikasi Kesulitan Matematika Pada Ujian Nasional Bagi Siswa Sekolah Dasar, Sugiman	659 - 663
Pengembangan Model Pembelajaran Bercirikan Pemberdayaan Kegiatan Belajar Kelompok Untuk Meningkatkan Kemampuan Keruangan (<i>Spatial Ability</i>) Pada Pembelajaran Dimensi Tiga, Suhito dan Kumastuti.....	664 - 676
Manajemen Pembelajaran Matematika Berstandar Pmri Bermuatan Pendidikan Karakter Dengan Penilaian Serupa Pisa, Wardono	677 - 690
Revitalisasi SLB Pasca Implementasi Sekolah Inklusi, Slamet Hw, Joko Santosa	691 - 698
Abstraksi Siswa Sekolah Dasar dalam Merepresentasikan Konsep Pecahan, Wiryanto.	699 - 719
Pengembangan Bahan Ajar Dinamis Berbantuan Cabri 3D untuk Meningkatkan Mathematical Power Mahasiswa pada Mata Kuliah Geometri Ruang, Hery Sutarto, Kusni.....	720 - 735
Pelabelan Total Sisi-Ajaib Perulangan N pada Graf Petersen yang Diperumum, Adiv Fahrur Anova, Amin Suyitno, Mulyono	736 - 745
Analisis Kestabilan pada Hama Tanaman Dua Persamaan Lotka-Volterra, Ahmadin, Fatmawati dan D. Yudha Utama.....	746 - 752
Analisis Kestabilan Model Gerak Pesawat Terbang dengan Menggunakan Metode Routh-Hurwitz dan Lyapunov, Ahmadin.....	753 - 761

Manajemen Pengelolaan Pendaftaran dan Bimbingan Proposal Program Kreativitas Mahasiswa (PKM) Berbasis Web (Studi Kasus Bidang Kemahasiswaan Unnes), Alamsyah	762 - 767
Penggunaan Regresi Spline Terpenalti dalam Mengidentifikasi Pola Perubahan Nilai Kurs Rupiah di Indonesia, Anna Islamiyati, Erna Tri Herdiani	768 - 775
Aplikasi Rumus Trigonometri dalam Pembuatan Motif Batik, Ardian Awaluddin, M Afif Fahriyanto, Zula Uswatun Khasanah	776 - 785
Sistem Kripto Public Key pada Algoritma Rivest-Shamir-Adleman (RSA) yang Berbasis Faktorisasi Prima Besar, Ardian Bagus Setyadi, Basuki Erwin Setiyadi, Ni Putu Dewi Pusparini Pinatih	786 - 795
Resampling Berdasarkan Estimasi Densitas Kernel Bivariat, Adi Setiawan.....	796 - 803
Estimasi Parameter Baseline Hazard Model Regresi Cox Trivariat Bersyarat, Irfan Wahyudi.....	804 - 814
<i>Gradient Estimates in L^p for Solutions of Nonlinear Parabolic Equations with M-Laplacian Type,</i> Naimah Aris , Jeffry Kusuma.....	815 - 821
Algoritma Menguji Suatu Titik Berada di Dalam Suatu Semi-Lingkaran, Utari Wijayanti.....	822 - 826
Separabilitas Ruang Barisan Orlicz, Andina Ivana Triandani.....	827 - 831
Menentukan Survival Rate Penderita Kanker Payudara Berdasar Asumsi Proportional Hazard, Nurkaromah Dwidayati.....	832 - 842
Simulasi Perancangan Jalan Layang Kota Semarang Berbasis GIS, Much Aziz Muslim, Mulyono, Yumarsecha Pujiastuti	843 - 851
Vibrasi Sebuah Osilator Tak Linear akibat Perubahan Masa secara Periodik dan Pengaruh Suku Peredam, S. B. Waluya	852 - 860
Distribusi Stable untuk Pemodelan Data Leptokurtik dan Heavy Tail, Iqbal Kharisudin, Dedi Rosadi, Abdurakhman, Suhartono.....	861 - 869
Barisan Pangkat Terurut Matriks pada Aljabar Max Plus, Nurwan.....	870 - 876
Konstruksi Model Martingale Optimal Untuk Peramalan Tingkat Inflasi, Scolastika Mariani.....	877 - 885
Titik Ekuilibrium Pemodelan <i>Natural History of Cervical Cancer</i> untuk Kasus Laju Pertumbuhan Alami Sel Pre-Kanker Lebih Besar dari Laju Invasi, Tri Sri Noor Asih, Lina Aryati, Fajar Adi Kusumo, Mardiah Suci Hardianti.....	886 - 889
Model Matematika Pengendalian Penyebaran Hiv/Aids dengan Terapi Metadon di Kota Bandung, Ririn Sispiyati	890 - 901
Refleksi dan Metakognisi dalam Pendidikan Matematika, Georgina Maria Tinungki	902 - 910

Resampling Berdasarkan Estimasi Densitas Kernel Bivariat

Adi Setiawan

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika

Universitas Kristen Satya Wacana

Email: adi_setia_03@yahoo.com

Abstrak

Resampling berdasarkan estimasi densitas kernel sudah diusulkan dalam makalah Setiawan (2002). Dalam makalah ini dijelaskan bagaimana melakukan resampling berdasarkan estimasi kernel bivariat yang sekaligus juga dapat diperluas dalam kasus multivariat. Metode yang digunakan dijelaskan dengan menggunakan data bivariat karakteristik pH dan berat jenis sabun sirih "X". Kelebihan metode ini dibandingkan metode bootstrap adalah bahwa titik-titik sampel yang diperoleh tidak harus bernilai sama dengan titik-titik sampel awal. Metode yang diusulkan relatif lebih baik dibandingkan dengan metode bootstrap.

Kata kunci: *estimasi densitas kernel, estimasi densitas kernel bivariat, koefisien korelasi Pearson, metode bootstrap.*

Pendahuluan

Dalam makalah Setiawan (2002) telah dijelaskan bagaimana membuat sampel baru berdasarkan estimasi densitas kernel univariat. Demikian juga metode yang sama digunakan dalam makalah Setiawan (2012). Metode bootstrap banyak digunakan dalam penentuan distribusi statistik yang sulit dihitung dengan menggunakan cara analitis. Beberapa makalah relatif baru yang berkaitan dengan penggunaan metode bootstrap ada dalam makalah Bishara and Hittner (2010), Maturi dan Elsayigh (2010) dan Mudelsee (2003). Dalam makalah ini akan dijelaskan bagaimana membuat sampel baru berdasarkan estimasi densitas kernel bivariat. Sampel yang diperoleh digunakan untuk menghitung statistik koefisien korelasi Pearson. Hasil yang diperoleh dibandingkan dengan sampel baru yang dibangkitkan dengan metode bootstrap.

Dasar Teori

Dalam dasar teori ini dijelaskan tentang estimasi densitas kernel multivariat yang bisa digunakan untuk menentukan estimasi densitas kernel bivariat bivariat.

Estimasi Fungsi Densitas Kernel Multivariat

Misalkan dimiliki sampel bivariat berukuran n yaitu X_1, X_2, \dots, X_n yang diambil dari suatu populasi dengan fungsi densitas f , maka estimasi fungsi densitas kernelnya adalah

$$\hat{f}(x; H) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_H(x - X_i) \quad (1)$$

dengan H adalah matriks *bandwidth*, $x = (x_1, x_2)^T$, $X_i = (X_{i1}, X_{i2})^T$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$, kernel

$K_H(x) = |H|^{-1/2} K(H^{-1/2} x)$, $H = \begin{bmatrix} a^2 & b \\ b & d^2 \end{bmatrix}$ adalah matriks *bandwidth* yang simetris positif

definit (*definite positive*) artinya semua eigen valuenya positif. Dalam hal ini, $a =$

$\text{var}(X_{i1})$, $d = \text{var}(X_{i2})$, $b = \text{covar}(X_{i1}, X_{i2})$ dan $K(x) = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{1}{2} x^T x\right)$ adalah kernel normal

baku bivariat. Dalam pemilihan matriks optimal ini digunakan perintah pada paket program *ks* yang ada pada CRAN-R.

Metode Bootstrap

Metode bootstrap secara praktis dapat dijelaskan berikut ini. Misalkan dimiliki sampel awal ukuran n yaitu X_1, X_2, \dots, X_n . Sampel baru ukuran m dibangkitkan dengan dengan cara mengambil sampel awal dengan pengembalian sehingga diperoleh sampel baru $X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*$. Statistik $T(X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*)$ dihitung dengan menggunakan sampel baru. Untuk sampel bivariat maka sampel baru yang terambil merupakan sampel berpasangan sehingga hal itu dapat dilakukan dengan cara mengambil angka antara 1 sampai n misalkan diperoleh i dengan $i=1, 2, \dots, n$ maka sampel baru ke-1 yaitu $X_1^* = X_i$, prosedur tersebut diulang sampai m kali sehingga diperoleh sampel baru ukuran m yaitu $X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*$.

Metode bootstrap dapat digambarkan dalam sampel bivariat berikut ini. Misalkan dimiliki sampel awal

(3.87, 1.0009), (3.81, 1.0029), (3.77, 1.0024), (3.79, 1.0021), (3.78, 1.0024).

Tiga sampel baru hasil metode bootstrap diantaranya adalah

(3.81, 1.0029), (3.81, 1.0029), (3.87, 1.0009), (3.77, 1.0024), (3.87, 1.0009);

(3.81, 1.0029), (3.81, 1.0029), (3.77, 1.0024), (3.78, 1.0024), (3.78, 1.0024);

(3.87, 1.0009), (3.87, 1.0009), (3.87, 1.0009), (3.81, 1.0029), (3.78, 1.0024).

Sampel baru pertama terambil titik sampel (2,2,1,3,1) artinya titik sampel kedua yang terambil pertama, titik sampel kedua yang terambil kedua, titik sampel pertama terambil ketiga, titik sampel ketiga yang terambil keempat dan akhirnya titik sampel pertama yang terambil kelima. Demikian juga dapat dijelaskan untuk sampel baru kedua dan sampel baru ketiga. Ketiga sampel baru ini digunakan untuk menghitung statistik koefisien korelasi Pearson yaitu berturut-turut diperoleh -0.83278, 0.9759 dan -0.9068.

Metode

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder pada proses produksi sabun sirih pada bulan September 2010 sampai dengan Desember 2010 sebanyak 200 titik sampel yang termuat dalam Pattihahuan (2012). Adapun karakteristik kualitas produk Sabun Sirih "X" yang digunakan dalam penelitian ini adalah pH dengan batas spesifikasi perusahaan adalah 3.5 sampai dengan 3.9 dan berat jenis dengan batas spesifikasi perusahaan adalah 0.9834 sampai dengan 1.0227.

Untuk membangkitkan sampel baru dari distribusi yang mempunyai densitas kernel bivariat seperti dinyatakan pada Persamaan (1) digunakan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Misalkan dimiliki sampel bivariat ukuran n yaitu X_1, X_2, \dots, X_n .
2. Pilihlah matriks bandwidth optimal H dengan perintah pada paket program *ks* untuk mengestimasi densitas kernel bivariat berdasarkan sampel X_1, X_2, \dots, X_n .
3. Sampel $X_i^* = (X_{i1}^*, X_{i2}^*)^T$ dibangkitkan di sekitar X_i dengan cara membangkitkan sampel ukuran 1 dari distribusi normal bivariat dengan mean X_i dan variansi sama dengan matriks bandwidth optimal H .
4. Langkah 3 diulang sebanyak ukuran sampel baru m yang ingin dibuat sehingga diperoleh $X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*$.
5. Sampel baru tersebut selanjutnya digunakan dalam perhitungan statistik $T(X_1^*, X_2^*, \dots, X_m^*)$.

Metode resampling berdasarkan estimasi densitas kernel dapat digambarkan dalam sampel bivariat berikut ini. Misalkan dimiliki sampel awal (3.87, 1.0009), (3.81, 1.0029), (3.77, 1.0024), (3.79, 1.0021), (3.78, 1.0024). *Bandwidth* optimal H berdasarkan sampel awal adalah

$$H = \begin{pmatrix} 5.7239 \times 10^{-4} & -8.2596 \times 10^{-6} \\ -8.2596 \times 10^{-6} & 2.0290 \times 10^{-7} \end{pmatrix}$$

Dengan menggunakan *bandwidth* optimal maka dilakukan resampling untuk mendapatkan sampel baru. Tiga sampel baru hasil metode resampling berdasarkan estimasi densitas kernel diantaranya adalah

(3.80, 1.0017), (3.78, 1.0022), (3.85, 1.0024), (3.83, 1.0026), (3.81, 1.0031);
 (3.84, 1.0022), (3.82, 1.0036), (3.89, 1.0004), (3.78, 1.0022), (3.87, 1.0008);
 (3.75, 1.0029), (3.77, 1.0029), (3.79, 1.0024), (3.83, 1.0025), (3.78, 1.0026).

Sampel baru yang diperoleh berada di sekitar titik-titik sampel awal sehingga tidak sama persis dengan titik-titik sampel awal. Ketiga sampel baru ini digunakan untuk menghitung statistik koefisien korelasi Pearson yaitu berturut-turut diperoleh 0.3197, -0.7117 dan -0.6882.

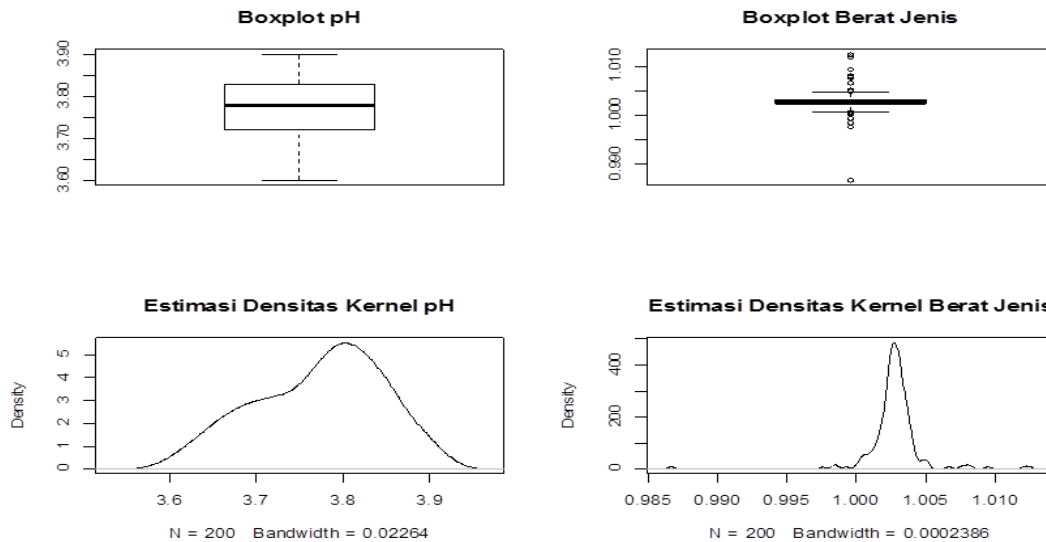
Untuk mengukur kebaikan sampel baru yang dibangkitkan berdasarkan estimasi densitas kernel bivariat dibandingkan dengan metode bootstrap digunakan jarak antara statistik koefisien korelasi Pearson sampel awal dan statistik koefisien korelasi Pearson dengan sampel baru yang dibangkitkan berdasarkan estimasi densitas kernel bivariat dengan jarak antara statistik koefisien korelasi Pearson sampel awal dan statistik koefisien korelasi Pearson dengan sampel baru yang dibangkitkan dengan menggunakan metode bootstrap. Bila prosedur ini diulang sebanyak bilangan besar B kali maka akan diperoleh ukuran kebaikan kedua metode tersebut.

Hasil

Berdasarkan data diperoleh statistik deskriptif yang dinyatakan dalam Tabel 1. Di samping itu boxplot dan estimasi densitas kernel univariat untuk masing-masing karakteristik dapat dinyatakan pada Gambar 1. Terlihat bahwa karakteristik pH Sabun Sirih "X" lebih bervariasi dibandingkan karakteristik berat jenisnya. Hal itu juga didukung oleh koefisien variasi karakteristik pH sebesar 0.0192 yang lebih besar dari koefisien variasi berat jenis yaitu sebesar 0.0020 serta gambar boxplot dan estimasi densitas kernel pada Gambar 1. Hal itu berarti bahwa data pH lebih menyebar dibandingkan data berat jenis.

Tabel 1. Statistik Deskriptif karakteristik pH dan berat jenis sabun sirih.

Statistik	pH	Berat Jenis
Minimum	3.6000	0.9867
Kuartil 1	3.7200	1.0020
Median	3.7800	1.0030
Mean	3.7730	1.0030
Kuartil 3	3.8300	1.0030
Maksimum	3.9000	1.0120



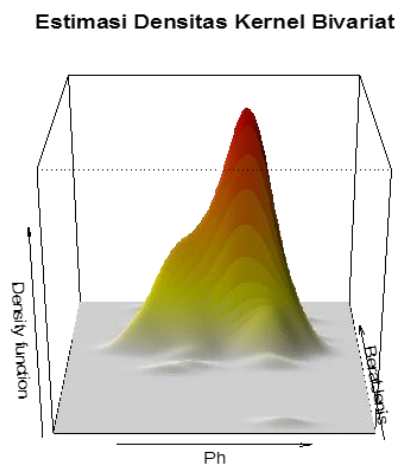
Gambar 1. Boxplot dan Estimasi Densitas Kernel (Univariat) untuk pH dan Berat Jenis Sabun Sirih “X”.

Korelasi Pearson antara kedua karakteristik tersebut adalah -0.1191 yang mempunyai nilai-p sebesar 0.093 sehingga jika digunakan tingkat signifikansi 10% akan signifikan artinya pH berkorelasi negatif terhadap berat jenis. Jika berat jenis besar maka pH cenderung bernilai kecil dan sebaliknya jika berat jenis kecil maka pH cenderung bernilai besar.

Berdasarkan data bivariat pH dan berat jenis sabun sirih “X” diperoleh matriks *bandwidth* optimal H dengan menggunakan paket *ks* pada *software* R-2.15.1 yaitu

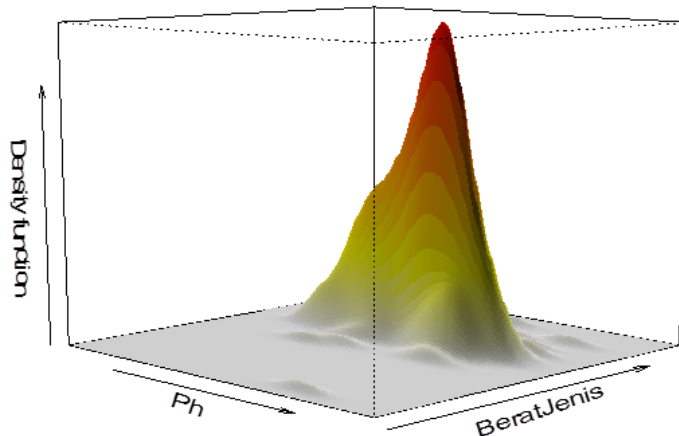
$$H = \begin{pmatrix} 7.1429 \times 10^{-4} & -2.0501 \times 10^{-6} \\ -2.0501 \times 10^{-6} & 2.5299 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

dengan eigen value $\lambda_1 = 7.1429 \times 10^{-4}$ dan $\lambda_2 = 2.4710 \times 10^{-7}$ sehingga *bandwidth* H positif definit. Estimasi densitas kernel bivariat untuk karakteristik pH dan berat jenis bila digunakan sudut rotasi horizontal (AZ) 0 derajat dan sudut elevasi vertikal (EL) 25 derajat dinyatakan pada Gambar 2. Terlihat bahwa ada beberapa titik yang terlihat jauh dibandingkan dengan kumpulan titik yang lain. Gambar 3 memperlihatkan estimasi densitas kernel bivariat untuk karakteristik pH dan berat jenis bila digunakan AZ 45 dan EL 10 .



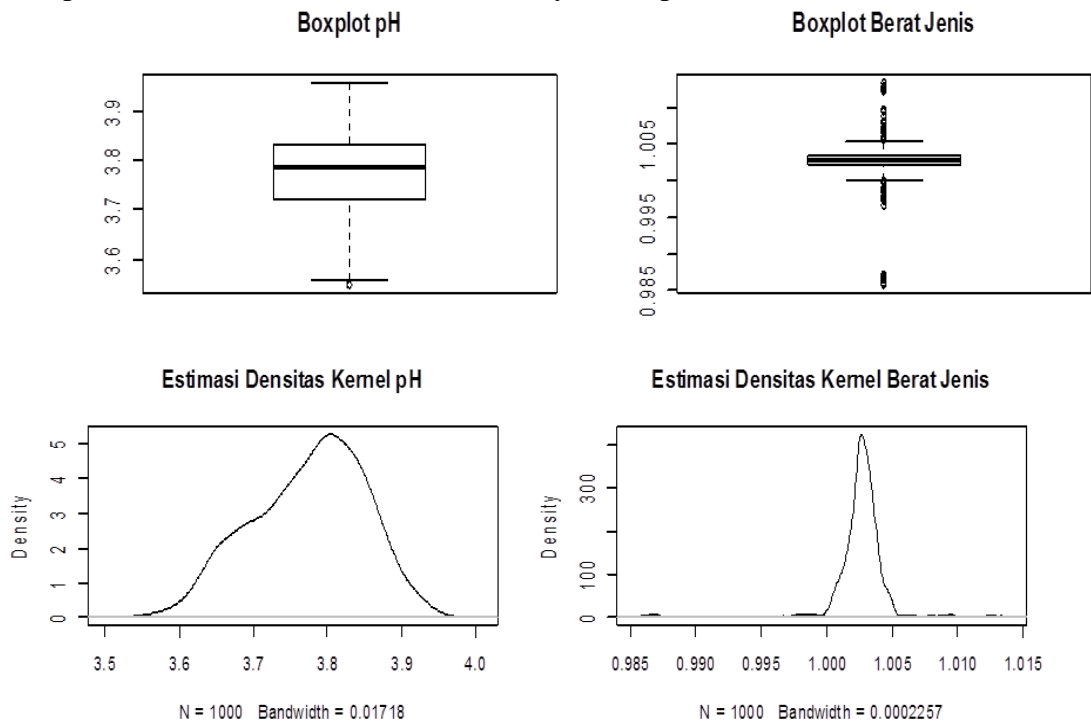
Gambar 2. Estimasi Densitas Kernel Bivariat untuk pH dan Berat Jenis bila dilihat dari AZ 0 dan EL 25 .

Estimasi Densitas Kernel Bivariat



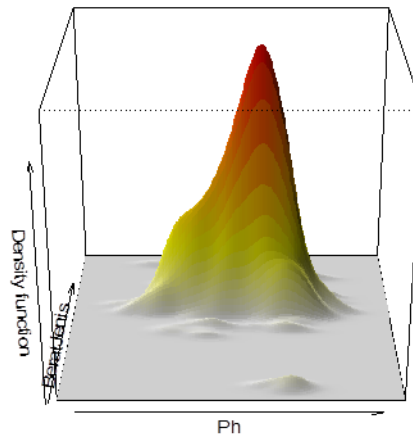
Gambar 3. Estimasi Densitas Kernel Bivariat untuk pH dan Berat Jenis bila dilihat dari AZ 45 dan EL 10.

Sampel baru ukuran m dibangkitkan dengan menggunakan metode resampling berdasarkan estimasi densitas kernel bivariat. Gambar 4 memperlihatkan boxplot dan estimasi densitas kernel univariat untuk pH dan berat jenis jika digunakan ukuran sampel $m=1000$. Terlihat bahwa kita bisa membangkitkan sampel dengan ukuran sampel lebih besar dari sampel asal dan mempunyai kemiripan sifat seperti sampel asal yaitu mempunyai mean $(\text{pH}, \text{berat-jenis}) = (3.7747, 1.0026)$ dan koefisien korelasi Pearson -0.1191 (nilai-p lebih kecil dari 0.0002). Dengan sampel yang sama koefisien variasi untuk pH adalah 0.0201 dan koefisien variasi untuk berat jenis adalah 0.0023 . Hasil estimasi densitas kernel bivariat untuk sampel baru ukuran $m = 1000$ tersebut dinyatakan pada Gambar 5.



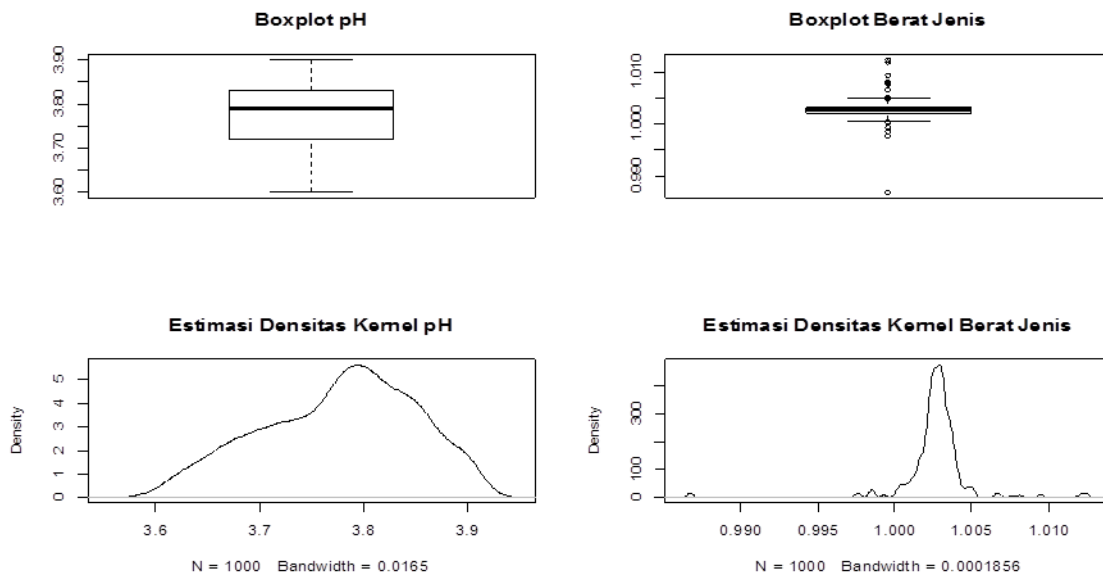
Gambar 4. Boxplot dan Estimasi Densitas Kernel (univariat) untuk pH dan Berat Jenis sabun sirih “X” hasil pembangkitan dengan metode resampling berdasar estimasi densitas kernel bivariat.

Estimasi Densitas Kernel Bivariat



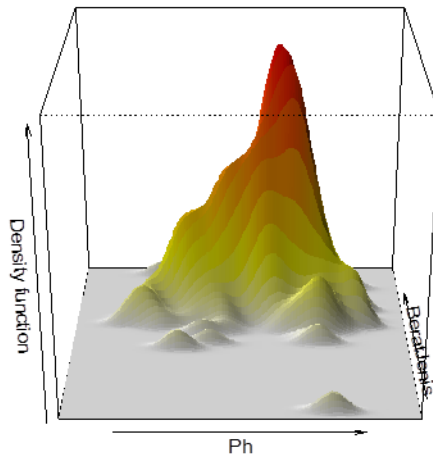
Gambar 5. Estimasi Densitas Kernel Bivariat untuk pH dan Berat Jenis bila dilihat dari AZ 0 dan EL 25.

Apabila digunakan metode bootstrap untuk mendapatkan sampel baru ukuran $m = 1000$. Gambar 6 memperlihatkan boxplot dan estimasi densitas kernel univariat untuk pH dan berat jenis sampel baru tersebut. Dalam hal ini sampel baru mempunyai mean $(\text{pH}, \text{berat-jenis}) = (3.7767, 1.0027)$ dan koefisien korelasi Pearson -0.1077 (nilai- p lebih kecil dari 0.0007). Dengan sampel yang sama koefisien variasi untuk pH adalah 0.0193 dan koefisien variasi untuk berat jenis adalah 0.0022 . Hasil estimasi densitas kernel bivariat untuk sampel baru ini dinyatakan pada Gambar 7.



Gambar 6. Boxplot dan Estimasi Densitas Kernel (univariat) untuk pH dan Berat Jenis sabun siri "X" hasil pembangkitan dengan metode bootstrap.

Estimasi Densitas Kernel Bivariat



Gambar 7. Estimasi Densitas Kernel Bivariat untuk pH dan Berat Jenis bila dilihat dari AZ 0 dan EL 25.

Tabel 2. Proporsi Jarak antara Koefisien Korelasi Sampel Awal dan Sampel Baru dengan Metode Estimasi Densitas Kernel Lebih Besar Jarak antara Koefisien Korelasi Sampel Awal dan Sampel Baru dengan Metode Bootstrap.

B	<i>m</i> = 200	<i>m</i> = 500	<i>m</i> = 1000
50	0.440	0.480	0.440
100	0.500	0.540	0.520
200	0.550	0.465	0.495
500	0.482	0.504	0.480
1000	0.501	0.466	0.505

Untuk membandingkan kebaikan sampel baru yang dibangkitkan kedua metode tersebut di atas digunakan studi simulasi yang mengukur koefisien korelasi Pearson dari 2 sampel bivariat baru yang diperoleh berdasarkan kedua metode tersebut. Misalkan digunakan ukuran sampel baru $m = 200$, kemudian dibandingkan proporsi jarak antara koefisien korelasi yang dihasilkan oleh sampel baru dengan menggunakan metode resampling berdasarkan estimasi densitas kernel bivariat yang lebih besar dibandingkan jarak antara koefisien korelasi sampel asal dibandingkan dengan sampel baru yang diperoleh dengan menggunakan metode bootstrap. Hasil yang diperoleh untuk berbagai nilai B dinyatakan pada Tabel 2. Terlihat bahwa metode yang diusulkan memberikan rata-rata proporsi yang relatif lebih kecil yaitu 0,4912 sehingga relatif lebih baik dibandingkan dengan metode bootstrap.

Penutup

Dalam makalah ini telah dijelaskan bagaimana membangkitkan sampel baru (*resampling*) berdasarkan estimasi densitas kernel bivariat. Kelebihan metode ini dibandingkan metode bootstrap adalah bahwa titik-titik sampel yang diperoleh tidak harus bernilai sama dengan titik-titik sampel awal. Metode yang diusulkan relatif lebih baik dibandingkan dengan metode bootstrap.

Daftar Pustaka

- Bishara, A.J. and Hittner, J.B. 2012. *Testing the Significance of a Correlation with Non-normal Data: Comparison of Pearson, Spearman, Transformation, and Resampling Approaches*, In Press.
- Maturi, T.A. and Elsayigh, A. 2010. A Comparison of Correlation Coefficients via a Three-Step Bootstrap Approach. *Journal of Mathematical Research Vol. 2 No. 2*.
- Mudelsee, M. 2003. Estimating Pearson's Correlation Coefficient with Bootstrap Confidence Interval from Serrially Dependent Time Series. *Mathematical Geology Vol. 35 pp 651-665*.
- Pattihahuan, S. 2012. *Penerapan Grafik Pengendali dan Studi Simulasi Estimasi Fungsi Densitas Kernel Bivariat*, Skripsi. Salatiga: Universitas Kristen Satya Wacana.
- Setiawan, A. 2002. *Simulasi Estimasi Fungsi Kepadatan Probabilitas, Konferensi Nasional Matematika XI*. FMIPA Universitas Negeri Malang 22-25 Juli 2002.
- Setiawan, A. 2012. *Penentuan Distribusi Skewness dan Kurtosis dengan Metode Resampling berdasar Densitas Kernel (Studi Kasus Pada Analisis Inflasi Bulanan Komoditas bawang Merah, Daging Ayam Ras dan Minyak Goreng di Kota Semarang*. Prosiding Seminar Nasional Sains dan Pendidikan Sains, Vol 3 No 1, ISSN 2087-0922.